

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐÀM THOẠI PHÁT HIỆN GÓP PHẦN NÂNG CAO NĂNG LỰC GIẢI TOÁN SƠ CẤP CHO SINH VIÊN SỰ PHẠM NGÀNH TOÁN

ThS. Trần Thụy Hoàng Yên

Khoa Sư phạm Toán-Tin, Trường Đại học Đồng Tháp

Email: tthyen@dthu.edu.vn

Tóm tắt. Trong bài viết này, chúng tôi sử dụng phương pháp đàm thoại phát hiện (PP ĐTPH) trong 3 trường hợp của quá trình dạy học giải toán sơ cấp nhằm giúp sinh viên (SV) hình thành kỹ năng giải toán thông qua hệ thống câu hỏi. Đồng thời với kỹ năng được hình thành, SV sẽ dễ dàng làm được những điều tương tự cho đa số các bài toán sơ cấp khác bằng việc tự xây dựng các câu hỏi trong quá trình giải toán.

1. Đặt vấn đề

Để có năng lực tốt trong dạy học Toán ở trường phổ thông, một trong những năng lực mà SV sư phạm Toán cần phải được hình thành, rèn luyện đó là năng lực giải toán - một thành phần quan trọng của năng lực toán học và năng lực dạy học môn Toán. Do đó, ở nhà trường sư phạm người giảng viên (GV) cần phải có những biện pháp hay những phương pháp dạy học phù hợp giúp cho SV hình thành và phát triển năng lực này trong quá trình học tập, đặc biệt là năng lực giải Toán sơ cấp. PP ĐTPH là phương pháp mà người học được mở rộng kiến thức, có được cách giải quyết vấn đề mới thông qua hệ thống câu hỏi của người dạy, với hệ thống câu hỏi được xây dựng phù hợp sẽ tạo động lực để người học tích cực trong hoạt động học tập, kích thích tư duy, làm khơi dậy lòng ham muốn hiểu biết, cách thức tìm ra tri thức và quan trọng hơn hết là phát triển khả năng tự lực khám phá những kiến thức khác góp phần vào quá trình nâng cao năng lực giải toán cho họ.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Phương pháp đàm thoại phát hiện (đàm thoại orixtic)

PP ĐTPH là phương pháp trong đó người dạy tổ chức đối thoại, trao đổi ý kiến, tranh luận giữa thầy với cả lớp hoặc giữa những người học với nhau, thông qua đó người học được củng cố, bổ sung, mở rộng kiến thức, có được tri thức mới, cách nhận thức mới, cách giải quyết vấn đề mới [2].

Trong PP đàm thoại phát hiện, hệ thống câu hỏi phải được sắp đặt một cách hợp lý, phù hợp với nhận thức của người học, kích thích người học tích cực tìm tòi, hướng người học theo một mục đích sư phạm đã định trước.

PP đàm thoại phát hiện nếu vận dụng khéo léo sẽ có tác dụng điều khiển hoạt động nhận thức của người học, kích thích người học tích cực độc lập tư duy, bồi dưỡng cho người học năng lực diễn đạt bằng lời các vấn đề khoa học. GV có thể thu được “tín hiệu ngược” nhanh chóng từ người học để điều chỉnh kịp thời hoạt động dạy của mình và hoạt động học của người học.

Bản chất của PP đàm thoại phát hiện là thông qua hệ thống câu hỏi của thầy, người học trả lời và dần dần hình thành tri thức mới, hiểu rõ bản chất của tri thức đó.

Ưu điểm của PP này là người học tích cực, hứng thú tham gia vào bài học, trong quá trình dạy học có thông tin cả hai chiều từ thầy và trò. Nhược điểm cơ bản của PP này là mất thời gian, nếu câu hỏi không tốt sẽ làm chệch hướng bài giảng.

2.2. *Câu hỏi và hệ thống câu hỏi*

2.2.1. *Vai trò của hệ thống câu hỏi*

Trong đàm thoại, hệ thống câu hỏi của GV giữ vai trò chỉ đạo, quyết định chất lượng lĩnh hội của lớp học. Trật tự logic của các câu hỏi hướng dẫn SV từng bước phát hiện ra bản chất của sự vật, quy luật của hiện tượng, kích thích tính tích cực tìm tòi, sự ham muốn hiểu biết. Ở đây GV là người tổ chức sự tìm tòi, còn SV là người tự lực phát hiện kiến thức mới, vì vậy kết thúc cuộc đàm thoại SV có được niềm vui của sự khám phá, vừa nắm được kiến thức mới, vừa nắm được cách thức đi tới kiến thức đó, trưởng thành thêm một bước về trình độ tư duy. Cuối đoạn đàm thoại, GV cần biết vận dụng các ý kiến của SV để kết luận vấn đề đặt ra, dĩ nhiên là có bổ sung, chỉnh lí khi cần thiết. Làm được như vậy, SV càng hứng thú, tự tin vì thấy trong kết luận của thầy có phần đóng góp ý kiến của mình.

Khi đặt câu hỏi, người thầy cần nhắm vào hai mục đích: thứ nhất giúp người học lĩnh hội được kiến thức, thứ hai là phát triển những khả năng của người học để họ có thể tự lực khám phá những kiến thức khác.

2.2.2. *Một số gợi ý và yêu cầu về câu hỏi, hệ thống câu hỏi khi vận dụng phương pháp orixtic*

a) *Các gợi ý khi đặt câu hỏi [3]*

- Xác định rõ mục đích dạy học và tính chất của nội dung tài liệu dạy học. Trên cơ sở đó xác định phạm vi sử dụng các PPDH nói chung, các câu hỏi nói riêng.

- Phân tích tài liệu học tập thành các đơn vị tri thức nhỏ nhất, có thể kiểm soát được, để từ đó tiên lượng mức độ sử dụng các câu hỏi và loại câu hỏi tương ứng với từng đơn vị tri thức. Mỗi đơn vị tri thức nên được biểu đạt thành một mệnh đề để sau này dễ chuyển thành câu hỏi.

- Xác định mục đích của các loại câu hỏi và các loại câu hỏi sẽ được sử dụng (câu hỏi dùng để kiểm tra bài đã học, câu hỏi gợi mở, câu hỏi dùng để dẫn dắt người học giải quyết vấn đề,...).

- Đặt câu hỏi theo mục đích và tính chất của chúng. Đây là khâu cuối cùng của việc đặt câu hỏi nhưng đây là khâu khó, nhất là đối với những người chưa có kinh nghiệm. Để bắt đầu, người ta thường bắt đầu từ các từ nghi vấn: Tại sao? Như thế nào? Điều gì sẽ xảy ra nếu...? Thông thường từ một mệnh đề có thể đặt ra nhiều câu hỏi.

Lưu ý: Khi đặt câu hỏi cần tính đến các loại câu hỏi để đảm bảo tính phù hợp của chúng đối với mục đích và nội dung dạy học, vừa đảm bảo sự phong phú của các hình thức hỏi.

b) *Một số yêu cầu về câu hỏi*

- *Câu hỏi phải chính xác:* thể hiện ở hình thức rõ ràng, đơn giản giúp người học hình thành được câu trả lời đúng; nếu câu hỏi đa nghĩa, phức tạp sẽ gây khó khăn cho tư duy của SV. Các câu hỏi cần được xây dựng ngắn gọn, dễ hiểu, rõ ràng và có tính đến đặc điểm lứa tuổi, trình độ nhận thức chung của cả lớp cũng như từng SV.

- *Câu hỏi phải được xây dựng theo hệ thống logic chặt chẽ*: Để xây dựng hệ thống câu hỏi theo yêu cầu này cần căn cứ vào cấu trúc nội dung bài học. Lời giải đáp phải thể hiện một logic chặt chẽ các bước giải quyết một vấn đề lớn.

- *Đa dạng hóa các loại câu hỏi*: câu hỏi đóng (là loại câu hỏi có sẵn các phương án trả lời), câu hỏi mở (là loại câu hỏi không có sẵn các phương án trả lời, câu hỏi mở cho phép người học linh động hơn trong câu trả lời).

- *Sử dụng các cấp độ câu hỏi*: câu hỏi chỉ đơn thuần yêu cầu người học nhớ lại kiến thức (những câu hỏi này không giúp người học phát hiện hay giải quyết được vấn đề ngay nhưng có tác dụng dẫn dắt và liên hệ đến vấn đề cần giải quyết). Câu hỏi bậc cao là dạng câu hỏi yêu cầu người học nêu lí do, đánh giá và giải quyết vấn đề (dạng câu hỏi này giúp người học phát hiện vấn đề, từ đó có thể đi đến cách giải quyết vấn đề đó và có thể mở rộng vấn đề để hiểu rõ bản chất đối tượng).

c) Những câu hỏi chính để giải quyết một bài toán (theo Polya) [4]

- *Hiểu bài toán*: Yêu cầu của bài toán là gì? Những gì đã cho, điều kiện của bài toán là gì? Diễn tả nội dung bằng kí hiệu toán học, diễn tả bài toán trên hình vẽ.

- *Đề ra chương trình giải*: Có gặp bài toán nào giống bài toán này không? Có thể phát biểu bài toán dưới dạng khác? Thử giải bài toán gần giống nó? Sử dụng hết giả thiết chưa?

- *Thực hiện chương trình giải*: Thử lại mỗi một chi tiết của chương trình? Có thấy chi tiết này đúng không? Tổng quan các bước giải bài toán.

- *Phân tích lời giải*: Thử lại kết quả? Thử lại sự lập luận? Có thể giải một cách khác không? Có thể tạo bài toán mới không? Kiểm tra sự phù hợp của lời giải? Đề xuất các vấn đề có liên quan bằng cách xét tương tự, khái quát hóa, đặc biệt hóa, lật ngược vấn đề.

2.3. Vận dụng PP ĐTPH trong dạy học giải toán sơ cấp

PP đàm thoại phát hiện được vận dụng khá phù hợp đối với những bài toán khó, những bài toán mà SV chưa giải được nếu chưa được sự gợi ý, dẫn dắt của GV hoặc là mặc dù đã có lời giải nhưng vẫn không hiểu rõ lí do để đi đến những lập luận trong lời giải. Đồng thời, chúng ta vẫn có thể sử dụng PP này để giúp SV phát hiện ra các bài toán mới ở dạng tương tự, đặc biệt hay khái quát. Ở bài viết này, chúng tôi vận dụng PP ĐTPH trong dạy học giải toán sơ cấp cho 3 trường hợp sau: (1) tìm lời giải của bài toán, (2) đào sâu bản chất lời giải của một bài toán đã có sẵn lời giải, (3) phát hiện ra bài toán mới.

2.3.1. Đàm thoại phát hiện lời giải cho một bài toán

Thông thường để phát hiện lời giải một bài toán, chúng tôi vận dụng theo các câu hỏi của Polya để gợi ý cho SV. Trong quá trình dạy học để dẫn dắt người học phát hiện ra cách giải, người GV cũng cần đặt các câu hỏi mang tính chất tái hiện kiến thức, từ đó có cơ sở để SV huy động kiến thức liên tưởng đến cách giải, nhưng nếu vẫn chưa có đường hướng để giải thì GV tiếp tục đặt câu hỏi để SV phát hiện ra các kiến thức đã biết cần được sử dụng cho lời giải của bài toán.

Ví dụ 1. Tìm m để phương trình

$$\left[x^2 - 2mx - 4(m^2 + 1) \right] \left[x^2 - 4x - 2m(m^2 + 1) \right] = 0$$

có đúng 3 nghiệm phân biệt. ([4], tr174)

Dưới đây là hệ thống câu hỏi và dự kiến câu trả lời của SV để đi đến kết quả là tìm được hướng giải bài toán:

Hệ thống câu hỏi	Dự kiến câu trả lời
<p>1. Bài toán yêu cầu điều gì?</p> <p>2. Đây là phương trình dạng nào? Cách giải phương trình dạng này?</p> <p>3. Tuyển phương trình vừa thu được có tối đa mấy nghiệm?</p> <p>4. Để phương trình ban đầu có 3 nghiệm thì mỗi phương trình phải có nghiệm như thế nào?</p> <p>5. Các nghiệm của phương trình (1) và (2) như thế nào với nhau thì phương trình ban đầu có đúng 3 nghiệm phân biệt.</p> <p>6. Nếu xảy ra trường hợp mỗi phương trình (1) và (2) đều có 2 nghiệm phân biệt thì có cần điều kiện nào để phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt.</p> <p>7. Vậy có mấy trường hợp xảy ra?</p> <p>8. Hãy tính biệt thức delta của cả hai phương trình từ đó suy ra các trường hợp có thể có xảy ra.</p>	<p>1. Tìm m để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.</p> <p>2. Đây là phương trình tích. Giải bằng cách cho từng nhân tử bằng 0. Ta có:</p> $\begin{cases} x^2 - 2mx - 4(m^2 + 1) = 0 & (1) \\ x^2 - 4x - 2m(m^2 + 1) = 0 & (2) \end{cases}$ <p>3. Có tối đa 4 nghiệm.</p> <p>4. Phương trình (1) có 1 nghiệm và phương trình (2) có 2 nghiệm và ngược lại.</p> <p>5. Các nghiệm phải phân biệt hay nghiệm của phương trình (1) không được trùng nghiệm của phương trình (2).</p> <p>6. Phải có điều kiện là một nghiệm của phương trình (1) phải trùng với 1 nghiệm của phương trình (2).</p> <p>7. Có 3 trường hợp xảy ra TH1: PT (1) có 1 nghiệm và PT (2) có 2 nghiệm phân biệt khác phương trình (1). TH2: PT (1) có 2 nghiệm phân biệt và PT (2) có 1 nghiệm khác phương trình (1). TH3: PT (1) và PT (2), mỗi PT có 2 nghiệm phân biệt khác phương trình (1) và một nghiệm của phương trình (1) phải trùng với 1 nghiệm của phương trình (2).</p>

2.3.2. Đàm thoại phát hiện bản chất của các tri thức toán học trong một lời giải có sẵn

Bản chất của các tri thức toán học trong lời giải của bài toán đôi khi được thể hiện một cách tường minh nhưng cũng có những kiến thức toán được trình bày một cách ẩn tàng. Do đó, nhiệm vụ của người GV là điều khiển quá trình học tập của SV sao cho SV có thể hiểu và thấy rõ bản chất của những kiến thức ẩn tàng đó. Để thực hiện được điều này chúng tôi thường sử dụng các bài toán khó đã có sẵn lời giải, sau đó xây dựng hệ thống câu hỏi phù hợp để SV có thể khám phá ra tri thức mới. Ở đây có thể hiểu bài toán khó là bài toán phải sử dụng nhiều kiến thức toán học hoặc các kiến thức có phần trừu tượng hay bài toán ở dạng khái quát.

Ví dụ 2: Cho biểu thức $A = |36^m - 5^n|$ với m, n là những số nguyên dương. Tìm các giá trị của m và n để A có giá trị bé nhất. [4, tr68]

Đây là một bài toán khó đối với SV, mặc dù bài toán đã có lời giải nhưng đa số SV vẫn không hiểu một số bước trong bài giải. Để giúp SV hiểu sâu bản chất của các kiến thức toán học chứa đựng một cách ẩn tàng trong lời giải, chúng tôi đã xây dựng hệ thống câu hỏi tương ứng với từng bước giải như sau:

Bài giải có sẵn	Hệ thống câu hỏi nhằm hiểu rõ bản
-----------------	-----------------------------------

	chất bài giải
<p>Nếu $36^m > 5^n$ thì A tận cùng bằng 1. Nếu $36^m < 5^n$ thì A tận cùng bởi 9. Suy ra giá trị bé nhất của A có thể là 1, 9, 11, Ta xét lần lượt các trường hợp sau:</p> <ul style="list-style-type: none"> • TH1: Nếu $36^m - 5^n = 1$ thì khi đó $36^m - 1 = 35q$. Suy ra $35 = 5^k$, với k nào đó. Dẫn đến điều vô lí vì về trái chia hết cho 7. • TH2: Nếu $5^n - 36^m = 9$ thì khi đó $5^n = 36^m + 9$. Điều này không xảy ra vì về phải chia hết cho 9. • TH3: Nếu $36^m - 5^n = 11$ thì khi đó $36^m - 6 = 5^n + 5$ hay $6(6.36^{m-1} - 1) = 5(5^{n-1} + 1)$. Suy ra $5^{n-1} + 1$ chia hết cho 6. Chọn $n-1=1$ ta được $5^{n-1} + 1 = 6$ và $6.36^{m-1} - 1 = 5$ hay $m-1=0$. Vậy $m=1, n=2$ thì giá trị nhỏ nhất của A là 11. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $36^m, 5^n$ tận cùng là những số nào? 2. Vì sao xét 2 trường hợp: $36^m > 5^n$ và $36^m < 5^n$. Vì sao giá trị bé nhất của A có thể tận cùng là 1 hoặc 9? 3. Giải thích rõ đẳng thức $36^m - 1 = 35q$ có được từ công thức nào? Hay có thể hiểu như thế nào? 4. Giải thích vì sao TH2 không xảy ra? 5. Nêu rõ lí do vì sao tách 11 thành tổng của 6 và 5, mà không phải là tổng của hai số khác? 6. Vì sao từ đẳng thức $6(6.36^{m-1} - 1) = 5(5^{n-1} + 1)$ lại suy ra được $5^{n-1} + 1$ chia hết cho 6? Vì sao chọn $n-1=1$ mà không phải là số khác?

Từ hệ thống câu hỏi trên, chúng tôi nhận thấy để phát hiện bản chất của các kiến thức toán trong lời giải, các câu hỏi đều bắt đầu bằng cụm từ nghi vấn như: vì sao? như thế nào?

Thông qua các câu hỏi trên, GV có thể tập dượt cho SV khả năng tự học bằng cách tự đặt ra hàng loạt các câu hỏi để đi tìm lời giải hay để hiểu thấu một kiến thức toán nào đó và từ đó đi đến sự hoàn thiện tri thức khoa học.

2.3.3. Đàm thoại phát hiện những bài toán mới

Bài toán mới mà chúng tôi đề cập ở đây có thể là bài toán tương tự, bài toán khái quát hay bài toán đặc biệt, để người học có thể phát biểu được bài toán mới, GV cần phải cho SV thấy và phân tích được đặc điểm bản chất của bài toán để đi đến lời giải, từ việc hiểu bản chất của lời giải, SV sẽ dễ dàng phát biểu được các bài toán mới thông qua sự gợi ý của GV.

Ví dụ 3: Chứng minh rằng với mọi số thực a, b, c, d ta có: [1]

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b+c+d+e)$$

- Các bước chứng minh: Nhân 2 vế của bất đẳng thức cho 4, nhân phân phối sau đó chuyển về đưa về các hằng đẳng thức.

- Bài giải cụ thể:

$$4a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 4d^2 + 4e^2 \geq 4a(b+c+d+e)$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 4ab + 4b^2) + (a^2 - 4ac + 4c^2) + (a^2 - 4ad + 4d^2) + (a^2 - 4ae + 4e^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2b)^2 + (a-2c)^2 + (a-2d)^2 + (a-2e)^2 \geq 0$$

- Phân tích đặc điểm của bài toán: Nhìn vào bài giải này, chúng ta thấy bài toán này không là một bài toán khó. Tuy nhiên, đa số SV khi gặp bài toán trên đều tiến hành nhân hai vế cho 2, nhưng rất tiếc là không đi đến kết quả, điểm mấu chốt của bài toán này là SV phải nhìn thấy có 4 số hạng ab, ac, ad, ae mà

trong đó có 4 thừa số a . Từ việc nhìn nhận này có thể dễ dàng giải bài toán trên cũng như đề xuất được các bài toán tương tự. Như vậy, việc phát hiện ra bài toán mới có thể thông qua hình thức của bài toán và các bước trong lời giải của bài toán, việc xây dựng hệ thống câu hỏi để SV phát hiện bài toán mới phải xuất phát từ việc hiểu rõ lời giải của bài toán, cũng như những lí do để đi đến cách giải.

Muốn SV có thể phát biểu các bài toán mới từ bài toán trên, chúng tôi sử dụng các câu hỏi ở bảng bên dưới với mục đích giúp SV phát hiện ra đặc điểm bản chất của bài toán:

Hệ thống câu hỏi	Dự kiến câu trả lời đi đến bài toán mới
<p>1. Vì sao lại nhân 4 cho hai vế của bất đẳng thức mà không phải là một số khác, chẳng hạn như: nhân 2 hay nhân 8,...?</p> <p>2. Nếu không phải là a, vậy liệu có thể đề xuất bài toán mới có cách giải tương tự từ điều này hay không?</p> <p>3. Liệu có thể phát biểu bài toán mới bằng cách bớt số hạng hoặc tăng thêm số hạng hay không? Có thể đưa về bài toán tổng quát được không? Vì sao?</p>	<p>1. Nhân cho 2 sẽ không đưa được về các hằng đẳng thức. Vì có xuất hiện 4 thừa số của a trong 4 số hạng ab, ac, ad, ae nên phải có 4 hạng tử a^2, từ đó phải nhân cho 4.</p> <p>2. Các bài toán tương tự: a) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq b(a + c + d + e)$ b) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq c(a + b + d + e)$ </p> <p>2. Có thể bớt số hạng như sau $a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b + c)$ Bài toán này xảy ra dấu bằng khi $a = b = c = 0$. Bài toán trên không thể thêm số hạng nên không phát biểu được thành bài toán khái quát vì tùy thuộc vào số lần xuất hiện số hạng chứa thừa số a ta sẽ nhân với số tương ứng. Chẳng hạn, nếu tăng lên là 5 số hạng ab, ac, ad, ae, af thì phải nhân 2 vế cho 5 mà 5 thì không thể tách thành 2 nhân với một số khác. Còn nếu xuất hiện 6 số hạng như sau: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 + g^2 \geq a(b + c + d + e + f + g)$ thì phải nhân 2 vế cho 6 mà $6 = 2.3$. Lại có $3^2 = 9$, tức là phải có $9b^2, 9c^2, 9d^2, 9e^2, 9f^2, 9g^2$ (mâu thuẫn).</p>

3. Kết luận

Điều mà người GV cần hình thành và bồi dưỡng cho SV chính là cách thức đi tìm lời giải, phát biểu bài toán mới cũng như hiểu rõ bản chất của kiến thức trong lời giải chứ không chủ yếu là trình bày lời giải của bài toán vì các kiến thức này hoàn toàn có thể tìm thấy trong sách, hay nói khác hơn chính là rèn luyện tư duy cho SV. Từ việc làm này sẽ giúp cho SV khi gặp 1 bài toán sẽ dễ dàng xây dựng trong đầu hàng loạt các câu hỏi. Bên cạnh đó, câu hỏi cũng là một dạng của phương tiện dạy học giúp người GV truyền tải kiến thức, điều khiển quá trình nhận thức của SV và điều đặc biệt là kích thích được khả năng tư duy và sáng tạo của họ, từ đó hình thành và phát triển năng lực giải toán cho SV.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. H. Kỳ (2005), Đại số sơ cấp và thực hành giải toán, NXB ĐHSP
2. B. V. Nghị (2014), Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông, NXB ĐHSP.
3. Phan Trọng Ngọ (2005), Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường, NXB ĐHSP.
4. N. D. Thuận (2007), Phát triển tư duy toán học trong người học, NXB ĐHSP.